DOI:10.13793/j.cnki.42-1020/c.1984.03.020

·学术争鸣·

悖论不矛盾吗？

与谢洪欣同志商榷

朱志方

一、悖论不矛盾吗？

谢洪欣同志在《哲学研究》1982年第4期上发表的《悖论的不可避免性和不矛盾性》一文中提出悖论不矛盾的观点，这对深入讨论悖论问题是有益的。但是，这种观点是否能够成立，我认为还是可以讨论的。

谢洪欣同志认为悖论的定义应该是："命题P是悖论，当且仅当$P \Leftrightarrow \neg P$（即P与其否定$\neg P$同值）。"（《哲学研究》1982年第4期38页）他由证明"'悖论是矛盾'是一个悖论"来证明"悖论不是矛盾"。

请看他的论证一。

"论证一：设P是悖论，即$P \Leftrightarrow \neg P$。

（1）如果'$P \Leftrightarrow \neg P$'是矛盾，则由于P与$\neg P$同值，可用P代替$\neg P$，即得

'$P \Leftrightarrow P$'是矛盾，

但这一结论与'$P \Leftrightarrow P$'是永真公式相冲突。根据归谬法，

'$P \Leftrightarrow \neg P$'不是矛盾；

（2）如果'$P \Leftrightarrow \neg P$'不是矛盾，这又与'$P \Leftrightarrow \neg P$'是矛盾的传统观念（实即一种规定）不合。所以

'$P \Leftrightarrow \neg P$'是矛盾。

综合（1），（2）可见"'$P \Leftrightarrow \neg P$是矛盾'是一个悖论命题。"（《哲学研究》1982年第4期39页）

很显然，这个论证是难以成立的。

第一，在（1）中，谢洪欣同志试图由"$P \Leftrightarrow \neg P$是矛盾"推出"$P \Leftrightarrow \neg P$"不是矛盾，其依据却是"P与$\neg P$同值"。而"P与$\neg P$同值"与"$P \Leftrightarrow \neg P$是矛盾"刚好是两个相矛盾的命题。即，如果"$P \Leftrightarrow \neg P$是矛盾"，则并非"$P \Leftrightarrow \neg P$"，那么P与$\neg P$不能同值；如果P与$\neg P$同值，则"$P \Leftrightarrow \neg P$"就不是矛盾。由两个相互矛盾的命题可以推出任何命题来，当然可以把"$P \Leftrightarrow \neg P$是矛盾"和"$P \Leftrightarrow \neg P$不是矛盾"两个命题都推导出来。这一点根据命题逻辑的定理$P \wedge q \Rightarrow P$和$P \wedge q \Rightarrow q$能够轻而易举地做到。显然从两个相矛盾的前提出发进行推论是违反逻辑规则的。举个例子来说，谢洪欣同志的推导象下面这个推导一样，是不能成立的，因为前提是假的：

"人是非人"是矛盾

"人"与"非人"同义

把"非人"替换成"人"得

"人是人"是矛盾

由归谬法，"人是非人"不是矛盾。问题出在前提上。

第二，在（2）中，谢洪欣同志根据"$P\Leftrightarrow\neg P$不是矛盾"与"传统观念"不合而否定它，因此得出"$P\Leftrightarrow\neg P$是矛盾"这个结论。在（1）中以P与$\neg P$不矛盾为根据（即以P与$\neg P$同值为根据），而在（2）中却以"传统观念"（即$P\Leftrightarrow\neg P$是矛盾，P不能等值于$\neg P$，不能替换）为根据。（1）和（2）所根据的命题正好相反，这样谢洪欣同志就可以"推导出"一个命题与它的否定是等值的。

第三、谢洪欣同志全部证明的目的正是确立P与$\neg P$同值，即$P\Leftrightarrow\neg P$不矛盾。因为"传统观念"认为P与$\neg P$不同值，$P\Leftrightarrow\neg P$是矛盾的，在任何情况下P与$\neg P$不能相互替换。谢洪欣同志只有在证明了$P\Leftrightarrow\neg P$不矛盾之后，才能说"P与$\neg P$同值是真的"，P与$\neg P$才可以相互替换；否则就不能用$\neg P$去替换P或用P去替换$\neg P$。谢洪欣同志首先认为"P与$\neg P$同值"，具有公理或定理的资格而作为推论的依据，然后得到一个结果"'$P\Leftrightarrow\neg P$'不矛盾"这不过是"P与$\neg P$同值"的另一种说法罢了。因此，这个论证是循环的。而且，所谓"传统观念"正是他要反驳的东西，在论证过程中也作为根据出现，这在逻辑上是不允许的。

再请看论证二。

"论证二：设P是悖论，即$P:P\Leftrightarrow\neg P$，

当规定'$P\Leftrightarrow\neg P$'是矛盾时，考虑下列命题：

$P:P$是矛盾的

（1）如果P是矛盾的，那么P是真的。根据真命题的形式逻辑概念，P不是矛盾的。

（2）如果P不是矛盾的，那么P是假的。但P与$\neg P$同值，所以$\neg P$也是假的，从而P是真的。由此按照所考虑命题的意思即可推出：P是矛盾的。

结合（1）、（2）得：

'P是矛盾的'$\Leftrightarrow$'P不是矛盾的'即'P是矛盾的'是一个悖论"。

（《哲学研究》1982年第4期39—40页）

这里又出现了逻辑上的混乱。谢洪欣同志想构造"$P:P$是矛盾的"来论证"悖论是矛盾的是一个悖论"。但是，如果在"$P:P$是矛盾的"这个命题中，P是悖论，那么就不能由"$P:$悖论是矛盾的"和"$P:P\Leftrightarrow\neg P$是矛盾的"推导出悖论。经过仔细考虑就会发现，在"$P:P\Leftrightarrow\neg P$"与"$P:P$是矛盾的"这两个表达式中，P具有不同的意义。实际上，说"悖论是矛盾的"时候，对象语言和元语言是严格区别开来了的，即悖论本身和谈论悖论的语言是严格区别开来的。如果P是悖论，象"$P:P$是矛盾的"这样的表达式是构造不出来的。而且，谢洪欣同志又是依据P与$\neg P$等值来进行推导的。论证二就象由规定"$P:P\vee\neg P$"与"$P:P$是矛盾的"来证明$P\vee\neg P$是悖论一样，没有逻辑力量。

谢洪欣同志根据他的论证一和论证二得出的结论是

"悖论是矛盾"是一个悖论（1）

所以

悖论不是矛盾。（2）

现在，我们假定谢洪欣同志的全部论证成立，看看结果如何。

我们可以先写出这样一个三段论：

悖论不是矛盾

q是悖论

所以，q不是矛盾。

这个三段论很好理解。然后，由谢洪欣同志的两个作为结论的命题，我们有：

悖论不是矛盾　　　　　　（3）

"悖论是矛盾"是悖论　　　（4）

所以，"悖论是矛盾"不是矛盾　　（5）

（5）是由谢洪欣同志的两个作为结论的命题合乎逻辑地推导出来的。然而（5）却是他所不愿接受的。这说明了谢洪欣同志的全部证明都是无效的。这就是说，谢洪欣同志既然认为悖论不矛盾，那么证明"'悖论是矛盾'是一个悖论"就是无用的。只有从"悖论是矛盾"推出了假的或矛盾的结论之后，才能由否定后件去否定前件。如果悖论不矛盾，就不能由"悖论是矛盾"推导出悖论而去否定"悖论是矛盾"、证明悖论不矛盾。

二、悖论可以形式地定义吗？

有些人把悖论定义为$P \Leftrightarrow \neg P$，谢洪欣同志也主张这样。但是当P是悖论时，把悖论定义为$P \Leftrightarrow \neg P$是不恰当的。

作为定义，要求：

（a）定义者与被定义者是等值的或同义的。

（b）定义者与被定义者在一切上下文中可以相互替换而不改变原有的真值。

我要证明的是：$P \Leftrightarrow \neg P$不是悖论的恰当定义，即它不满足上述要求。

证一：（1）存在无数的命题，它们不是悖论，但是可以形式化为$P \Leftrightarrow \neg P$。例如：

雪是白的当且仅当雪不是白的。

$2+2=4$当且仅当$2+2 \neq 4$。

等等。

当然这些命题是假命题，但假命题也是命题。

（2）对$P \Leftrightarrow \neg P$可以作不同的语义解释。这些语义解释可以是悖论，也可以不是悖论（是一般矛盾命题）。

（3）可证$(P \Leftrightarrow \neg P) \Leftrightarrow P \wedge \neg P$（证明在下一节）。因此，"$P \Leftrightarrow \neg P$"是悖论就等值于"$P \wedge \neg P$"是悖论。由此推出凡矛盾都是悖论，这显然是不能成立的。

证二：并非所有的悖论都具有$P \Leftrightarrow \neg P$这种形式。"所有的克利特岛人是说谎者"，最大基数悖论，最大序数悖论等等都不具有这种形式。即可以从P推出$\neg P$（$P \Rightarrow \neg P$），但却不能从$\neg P$推出P（$\neg P \Rightarrow P$）。例如，我们可以在集合论中由有一个最大基数推出没有最大基数，但我们却不能由没有最大基数推出有最大基数。因此，把悖论定义为$P \Leftrightarrow \neg P$是不恰当的。

谢洪欣同志解决这个困难的办法是："承认两个相反的主张P和$\neg P$同时都是真的"，用这个特设把这些悖论纳入$P \Leftrightarrow \neg P$的框框。但是我们有什么理由说P与$\neg P$都是真的呢？说P与$\neg P$都是真的，就是说$P \wedge \neg P$是真的。但$P \wedge \neg P$却是一个永假式。如果可以这样违反逻辑地任意作规定，那么我们可以说$2+2=4$是一个悖论，因为我们以规定$2+2=4$与$2+2 \neq 4$同时是真的。

当一个克利特岛人说"所有的克利特岛人都是说谎者"时，谢洪欣同志遇到的正是这样的困难：它不肯进入$P \Leftrightarrow \neg P$这个框框。如果硬要它进入这个框框，谢洪欣同志就不得不规定那个克利特岛人（我们设他为S）是只说真话的。然而克利特岛人S是否说真话正是我们试图弄清而又还未弄清的问题。事实上，克利特岛人S不可能只说真话，就是说，这个规定行不通。如果所有的克利特岛人说谎，那么克利特岛人S也在内，因此他是说谎者。如果并非所有的克利特岛人说谎，那么克利特岛人S说了谎。只要克利特岛人S说过"所有克利特岛人是说

谎者”，就没法让他只说真话。我们从克利特岛人S说假话推不出克利特岛人S说真话来。即假定他说了谎，那么并非所有的克利特岛人说谎。这就是说，存在x，x是克利特岛人并且x不说谎。我们没法从前提中合乎逻辑地确定S是x的一个值。如果事先规定S只说真话，那么我们就不是由S说假话推出S说真话，而是由S说真话推出S说谎了。一个悖论命题的矛盾结果是从命题本身合乎逻辑地推演出来的，而不是通过从外部强加进生硬的规定得到的。

下面我要说的是，悖论不可能在外延逻辑里有恰当的形式定义。关于这一点，作如下说明。

（1）拉姆塞（$F \cdot P \cdot Ramsey$）第一次明白而正确地把悖论划分为两类。第一类是逻辑悖论或数学悖论；第二类悖论是语言悖论或语义悖论。第一类悖论产生于数学或逻辑的构造，第二类悖论产生于对语言的意义的思考。至少第二类悖论是不能形式化地定义的。因为语言的意义超出了纯形式所能及的范围。因此至少有一些悖论是内涵的，即其悖论性质是根据语言的意义来确定的。而形式化的公式$P \Leftrightarrow \neg P$是一个外延逻辑的公式。要用外延逻辑的手段来定义由内涵确定的悖论是办不到的。

（2）$P \Leftrightarrow \neg P$是一个双向蕴含关系，它等值于$P \Rightarrow \neg P \wedge \neg P \Rightarrow P$。但是，在外延逻辑中，蕴含关系是撇开事物的内在联系不管的。根据“$\Rightarrow$”的定义，假命题蕴含任何命题，任何命题蕴含真命题。于是$2+1=8$可以蕴含人类迄今得到的和将来可能得到的一切命题，包括科学真理和精神病人的呓语；而一切命题都蕴含$x+y=y+x$。可见，在外延逻辑中蕴含者与被蕴含者之间没有任何内在的联系。两个不相干的命题，只要各自的真值满足一定的要求，就可以相互蕴含。蕴含者有远远多于一个的被蕴含者；同样，许多命题可以蕴含同一个命题。但是在悖论中，一个命题蕴含着它自身的否定则显然不是这种外延的蕴含，而是内在的唯一的蕴含。

谢洪欣同志规定两种相反的主张P与$\neg P$同时都是真的，P与$\neg P$同真，完全符合$P \Leftrightarrow \neg P$的真值条件并且$P \Leftrightarrow \neg P$是真的。但P与$\neg P$同真是不可能的，披上$P \Leftrightarrow \neg P$这个外衣也不一定就是悖论。这样强行地加以规定完全是为了套进外延逻辑的框框，而决不能使问题得到合理的解决。

因为是悖论，我们无法事先确定一个命题与从它自身推出的矛盾命题这两个命题中哪一个是真的，我们根本就没有事先确定一个悖论命题的真值。实际上，把一个悖论命题所包含的自相矛盾的东西明显地展示出来，只需考虑命题的意义和借用一般的逻辑手段就够了。我们以罗素（$B \cdot Russel$）悖论为例。

我们考虑自然数的集合，自然数的集合本身并不是一个自然数，这个集合不属于自身。再考虑集合的集合，集合的集合本身是一个集合，是属于自身的。令y为一切不属于自身的集合组成的集合，我们有

$$x \in y，\text{当且仅当} x \notin x。$$

那么y是否属于y，即一切不属于自身的集合所组成的集合是否属于自身？自然地，有

$$y \in y \text{当且仅当} y \notin y。$$

很明显，罗素悖论的导出与意义有关。整个推论过程是严格而自然的，而不是牵强的。不必规定$y \in y$与$y \notin y$同真，然后借助外延逻辑说$y \in y \Leftrightarrow y \notin y$。而且从悖论命题中推出矛盾使确定悖论命题的真值成为一个难以解决的问题，如果规定两种相反的主张是真的，那么悖论就成了逻辑真理了。罗素悖论是一个数学悖论，数学悖论也不能离开语言的意义，语义悖论就更是如此了。

因此，要用外延逻辑来构造悖论的一个

恰当的形式定义是不可能的。当然，要恰当地定义悖论还需作深入的研究。但至少我们大家都有一个不明显地判定标准，判定一个命题是否是悖论。

三、悖论是矛盾的

谢洪欣同志承认$P\wedge\neg P$是矛盾的（这当然是对的），但否认$P\Leftrightarrow\neg P$是矛盾的。他的理由是$P\wedge\neg P$是互相矛盾，而$P\Leftrightarrow\neg P$是自相矛盾。我不明白自相矛盾为什么不是逻辑矛盾。但是，要证明$P\wedge\neg P$与$P\Leftrightarrow\neg P$是等值的，那是再简单不过的事了。当然我们要证明的是悖论的矛盾性，而不仅仅是$P\Leftrightarrow\neg P$的矛盾性。

(i) $P\Leftrightarrow\neg P$等值于$P\wedge\neg P$，即$(P\Leftrightarrow\neg P)\Leftrightarrow P\wedge\neg P$

证：（1） $P\wedge\neg P$

由$P\vee P\Leftrightarrow P$有

（2） $(P\wedge\neg P)\vee(P\wedge\neg P)$

根据合取交换律，有

（3） $(P\wedge\neg P)\vee(\neg P\wedge P)$

由$P\Leftrightarrow\neg\neg P$有

（4）$(P\wedge\neg P)\vee(\neg P\vee\neg\neg P)$

由$(P\Leftrightarrow q)\Leftrightarrow(P\wedge q)\vee(\neg P\wedge\neg P)$有

（5） $P\Leftrightarrow\neg P$

这里使用的都是等值置换，$(P\Leftrightarrow\neg P)\Leftrightarrow(P\wedge\neg P)$得证。

我们也可以把这个过程反过来，从$P\Leftrightarrow\neg P$开始。

证：（1） $P\Leftrightarrow\neg P$

由$\Leftrightarrow$的定义，有

（2） $(P\Rightarrow\neg P)\wedge(\neg P\Rightarrow P)$

由$\Rightarrow$的定义，有

（3） $(\neg P\vee\neg P$ $(P\vee P)$

由$P\vee P\Leftrightarrow P$有

（4） $\neg P\wedge P$

由合取交换律，有

（5） $P\wedge\neg P$

这一证明使用的也都是等值置换，所以$P\Leftrightarrow\neg P$等值于$P\wedge\neg P$得证。

(ii) 如果P是悖论，并且从P推出$\neg P$(即$P\Rightarrow\neg P$)那么可以从P推出矛盾。

（1） P

（2） $P\Rightarrow\neg P$

（3） $P\Rightarrow P$（同一律）

由（2）、（3）根据$(P\Rightarrow q)\wedge(P\Rightarrow r)\Rightarrow P\Rightarrow q\wedge r$，有

（4） $P\Rightarrow P\wedge\neg P$

由（1），（4），根据分离规则，有

（5） $P\wedge\neg P$

此证。

如果$P\Leftrightarrow\neg P$与$P\Rightarrow\neg P$都不是悖论的恰当定义，那么证明$P\Leftrightarrow\neg P$等值于$P\wedge\neg P$、证明从$P\Rightarrow\neg P$这种形式的悖论中推导出矛盾有什么用呢？有的。尽管$P\Leftrightarrow\neg P$与$P\Rightarrow\neg P$都不是悖论的定义，但悖论却具有$P\Leftrightarrow\neg P$或$P\Rightarrow\neg P$这样的形式。一个命题的逻辑形式不必是它的定义，例如“所有的人有死”有形式$(\forall x)[F(x)\Rightarrow G(x)]$，但$(\forall x)[F(x)\Rightarrow G(x)]$却不是“所有的人有死”的定义。我们用一个简单的三段论就可以由$P\Leftrightarrow\neg P$与$P\Rightarrow\neg P$的矛盾性过渡到悖论的矛盾性：

凡具有形式$P\Leftrightarrow\neg P$或$P\Rightarrow\neg P$的命题都是逻辑上矛盾的，悖论是具有形式$P\Leftrightarrow\neg P$或$P\Rightarrow\neg P$的命题，所以悖论是逻辑上矛盾的。

很明显，悖论违反公理系统的一致性的要求。因此，一个一致的公理系统内是不允许出现悖论的。

四、悖论是不可避免的吗？

数学家和逻辑学家们都非常重视悖论的

研究；目的是要清除或避免悖论，保证公理系统的协调性。哥德尔（$K \cdot Gödel$）证明，对于一个逻辑系统来说，如果它是完全的，那么必定包含自相矛盾的命题；反过来，一个无矛盾的逻辑系统必定是不完全的，必定有一些命题是在这个逻辑系统内部得不到证明即不能判定其真伪的。这说明，我们可以得到一个一致的没有悖论的逻辑系统，尽管它是不完全的。

罗素与塔尔斯基（$A \cdot Tarski$）解决悖论的方案是有效的。罗素的类型论是通过把谓词分成不同的类型来避免不合法的总体，从而清除恶性循环的悖论。而塔尔斯基的方法是把语言分成不同的层次—对象语言、元语言等等，以此来解决语义悖论。这样就可以保证在任一语言层次n层内不产生悖论（矛盾）。至于更高一层语言$n+1$层，就不是我们所要求的那个一致性系统之内的问题了。这样我们就可以得到任一层次上的一致的逻辑、语言系统，尽管它是不完全的。

谢洪欣同志断定悖论会无穷转移。但这样说不过是一种猜想罢了。具体地说，运用了语言分层的方法之后，说谎者悖论就得到了解决。说说谎者悖论没有解决而是被转移了是缺乏充分根据的。即使悖论会无穷转移，那也没有什么关系。我们所要求的并且建立起来的逻辑系统总是具有一定的类型或处在一定的语言层次上。因此，我们可以保证它们的一致性。至少我们现在不要求一个语言层次无穷的或具有无穷多阶的逻辑系统。那么说悖论是不可避免的是什么意思呢？我们可以断定，在我们实际构造出来的逻辑系统中，悖论是可以避免的。谢洪欣同志既然断定悖论是不矛盾的，那就没有必要说悖论是不可避免的了。人类力图避免的总是错误的，有害的东西。如果有个人宣布说$x=x$是不可避免的，你一定会说那个人讲了一句不太恰当的话。

即使悖论会无穷转移，我们也不必担惊受怕。如果悖论无止境地转移，人类就会无止境地解决它，因为人类认识是无止境地发展的。人类认识不会给自己挖出一条不可逾越的鸿沟——悖论。塔尔斯基说过，任何一致性的语言都不能是封闭的。同样，人的认识永远是开放性的。为了获得逻辑一致的正确认识，我们宁愿牺牲逻辑系统的封闭性。

谢洪欣同志引用恩格斯的话来说明悖论的转移是恶的无限性。如果悖论不矛盾，那就让它转移罢，有什么“恶”可言呢？而且引用恩格斯关于无限性的那一段话是很不恰当的。读过《反杜林论》的人都知道，恩格斯在第一编第五章“自然哲学·时间和空间”中所说的无限性是时间与空间的无限性；恩格斯所说的矛盾是有限与无限的辩证矛盾。因此时空的无限性是包含有限与无限之辩证矛盾的客观世界的无限性，根本扯不到悖论上来。谢洪欣同志在引文之前加上“恶无限”，这样做会使人们误解恩格斯的原意。说悖论会无穷转移，这里的无限性是我们认识中的某一方面的无限性；说悖论是矛盾，这里的矛盾是逻辑上的矛盾。因此，悖论的矛盾性与悖论转移的无限性（如果悖论无穷转移的话）与恩格斯说的时空的无限性和矛盾性是完全不同的。

谢洪欣同志由于惧怕“恶”的无限性，宁愿要一个自相矛盾的封闭系统。然而作为一个辩证唯物主义者，应该承认人类认识的无限性；承认人的认识永远是开放的；承认在人类认识永无止境的发展过程中，人类能够不断地解决可能碰到的各种问题，其中包括悖论。无论从人类认识的本性还是从逻辑系统的本性来说，悖论是可以避免的。

谢洪欣同志依靠“悖论不矛盾”来解决公理系统的不矛盾性问题的方案不是可行的。谢洪欣同志假定（A）是公理系统Σ中所有公理系统的合取式，在Σ中推出S和

$\neg S$，（A）中存在悖论（A）$\Leftrightarrow\neg(A)$，且有$S\Leftrightarrow\neg S$。因为$(A)\Leftrightarrow\neg(A)$与$S\Leftrightarrow\neg S$都是悖论，所以$\Sigma$是不矛盾的。显然这个论证不能成立。

谢洪欣同志认为$(A)\Leftrightarrow\neg(A)$是自相矛盾而不是互相矛盾。自相矛盾是不矛盾的，只有互相矛盾才是逻辑矛盾。前面已经证明，所谓"自相矛盾"与"互相矛盾"是等值的。依赖"自相矛盾不矛盾"怎么能证明一个自相矛盾的系统没有矛盾呢？

从Σ的公理的合取式（A）中推出S和$\neg S$，即：

$$(A)\Rightarrow S$$

$$(A)\Rightarrow\neg S$$

明显地$(A)\Rightarrow S\wedge\neg S$。这个公理系统$\Sigma$显然违背了一致性的要求。如果按（$A$）$\Leftrightarrow\neg(A)$不矛盾来构造公理系统，那么人类几千年来在逻辑领域里艰苦而有成就的探索就一笔勾销了。

悖论是一种特殊的逻辑矛盾。对此，我们的态度应该是承认这个矛盾，然后努力解决它，并且人类有能力解决它。这就要求我们放弃完全性的幻想，逐步获得越来越多的逻辑上一致的知识。

（本文作者是武汉大学哲学系研究生）

（上接第110页）　从抽象思维到实践是我们所实际进行的思维运动过程。我们的每一次认识活动，都是把已经获得的一般理论同实践的具体对象相结合，指导对客观对象的改造，并在这一改造的过程中检验和发展我们的认识的。所以，研究从抽象思维到实践的认识发展过程，也就是研究一般理论同具体实践相结合的过程的特点和规律，研究实践检验理论的具体过程和规律。这对于我们把马克思主义理论与我国的具体实践相结合，建设具有中国特色的社会主义有着重大的现实意义。